Ahilej i dvosmislenosti u pojmu beskonačnoga - Meršićev pristup

Kovač, Srećko

Source / Izvornik: **Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine, 2009, 35, 83 - 97**

Journal article, Published version
Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:261:738318

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-12**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Institute of Philosophy

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

AHILEJ I DVOSMISLENOSTI U POJMU BESKONAČNOGA – MERŠIĆEV PRISTUP

SREĆKO KOVAČ
Institut za filozofiju, Zagreb

UDK 1 Meršić, M.
161/162(091)
1(091)(497.5)»18/19«
Izvorni znanstveni članak
Primljen: 5. 3. 2009.
Prihvaćen: 14. 5. 2009.

Sažetak

Meršić izvorište Zenonova paradoksa ‘Ahilej’ vidi u dvosmislenostima pojma beskonačnosti. Te se dvosmislenosti prema njem (i tradiciji koju započinje Gregorius od St. Vincenta) razrješuju pojmom konvergentnoga geometrijskoga niza. Pritom Meršić daje opću ontološku teoriju s prednošću konačnoga pred beskonačnim, te razvija modalno tumačenje diferencijalnoga računa polazeći od Newtonova pojma fluksije.

Ključne riječi: beskonačnost, diferencijal, fluksija, formacijski moment, geometrijski red, intenzionalnost, konačnost, Mate Meršić, Zenon iz Eleje

Je li ono što u običnome, svakodnevnom iskustvu primjećujemo kao mnoštvo, gibanje, prostor i vrijeme doista jest, te ako da, na koji način jest i kako je moguće? Iako na prvo od tih poznatih pitanja većina filozofa potvrdno odgovara, mnogi se međusobno znatno razlikuju u svojim objašnjenjima toga odgovora. Podsjetimo također na to da važnu ulogu u rješavanju spomenutih pitanja ima i problem beskonačnosti i beskonačne djeljivosti prostora i vremena, te kako je jedan mogući, često primjenjivani pristup navedenim pitanjima analiza i rješavanje Zenonovih paradoksa gibanja (‘Dihotomija’, ‘Ahilej’, ‘Strijela’, ‘Stadion’). Jedan takav pristup, koji dosad još nije bio komentiran i prosuđivan, jest onaj koji je dao Mate Meršić (1850–1928)[1] u svo-

[1] O gradišćanskome Hrvatu M. Meršiću usp. Karall, K. (ur.): *Mate Meršić Miloradić*, Beč: Hrvatski akademski klub, 2000; Zenko, F.: ‘Meršićevo razumijevanje i određenje filozofije’, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine*, 15 (1989), str. 149–160, Kovač, S.: ‘O Meršićevoj logici’, u *Logičko-filozofijski ogledi*, Zagreb, Hrvatsko filozofsko društvo, 2005, str. 159–170; Kovač, S.: ‘Meršić o Hilbertovoj aksiomatskoj metodi’, u Banić-Pajnić, E., Girardi-Karšulin, M. (ur.): *Zbornik u čast Franji Zenku*, Zagreb: Institut za filozofiju, 2006, str. 123–135.

joj knjizi *Modernes und Modriges*[2] (poglavlje III. 'Die Ferse des Achilles'). Meršić se usredotočuje na paradoks ili, kako ga on zove, »varljiv zaključak«, »prividni dokaz« 'Ahilej' ('Ahilej i kornjača'). Taj je paradoks, kako spominje Meršić, vrijedio kao »najjači«, te mu ime i konotira nepobjedivost i nerješivost (prema Meršićevu navodu iz Tome Akvinskoga), ali, kako Meršić upozorava, ujedno konotira i ranjivost (»Ahilejeva peta«) i mogućnost rješenja.[3] Rješenje toga paradoksa koje Meršić prikazuje, uključuje tehničko-matematički aspekt, ali stoji u okviru rješavanja nekih načelnih pitanja o diferencijalnome računu, i također je uklopljeno u cjelovitu filozofijsku, logičko-metafizičku koncepciju »umske algoritmike«. Meršić, štoviše, sam taj paradoks po sebi drži nevažnim i čak šaljivim, a tematizira ga ponajprije upravo radi raščišćavanja i rješavanja općih filozofijskih i filozofijskomatematičkih pitanja, osobito radi nesporazuma oko pojma beskonačnosti i njegovih, kako drži, krivih shvaćanja (str. 86).

U ovome ćemo članku (1) navesti glavna Meršićeva ishodišta u onodobnome stanju istraživanja Zenonova paradoksa i ključnoga pojma beskonačnosti, (2) prikazati Meršićevu pojmovno-jezičnu analizu beskonačnosti i konačnosti (uz Meršićevu uporabu etimologije njemačke riječi 'unendlich'), (3) prikazati matematičku stranu Meršićeve analize pojma beskonačnosti (u mjeri u kojoj je filozofijski relevantna) kao i (4) njezinu primjenu na rješenje 'Ahileja', te napokon (5) staviti Meršićeve rezultate u kontekst njegove »umske algoritmike« i ujedno ih prokomentirati sa stajališta dijela današnje diskusije o Zenonovim paradoksima.

1. Meršićeva ishodišta u stanju istraživanja

Meršić izjavljuje da je Englezima ispravno rješenje paradoksa 'Ahilej' »ostalo nepoznato« (str. 49). Navodi Johna Stuarta Milla, koji ipak spominje jedno rješenje (ne polažući pravo na nj), a koje se oslanja na Hobbesa, da je dvosmislenost riječi 'beskonačno' odgovorna za varljivost zaključka. Radi se, kako vidimo iz Millova teksta, o dvosmislenosti između »beskonačno djeljivoga vremena« i »beskonačnoga vremena«: vrijeme koje je samo ogra-

---

[2] Merchich, M.: *Modernes und Modriges*, Horvátkimle bei Moson, Ungarn: vlastita naklada, 1914. To ćemo djelo u nastavku navoditi samo brojem stranica.

[3] Govorit ćemo, kako je najčešće u tradiciji, o Ahileju i kornjači, iako je u Meršića, u skladu s dijelom tradicije, riječ o Ahileju i pužu.

ničeno, može se podijeliti neograničen broj puta.[4] Meršić se slaže da se u paradoksu radi o dvosmislenosti (str. 51), no ističe da samo matematika može točno i jasno razlučiti različita značenja te riječi. Njegov je dojam da i Mill ima određenu zadršku prema spomenutome rješenju. Spominje i Richarda Whatelya, dublinskoga nadbiskupa (str. 49), koji tvrdi kako se Zenonov dokaz ne može prikazati u silogističkoj formi te da stoga u tome »dokazu« nema nikakve suvisle veze između premisa i zaglavka.[5] Za razliku o Whatelya Meršiću takvo »rješenje« paradoksa nije potvrda korisnosti silogistike.

Meršić »skolastičku silogistiku« drži potpuno neracionalnom, krivom i nespretnom.[6] Prema Meršiću u paradoksu ‘Ahilej’ u prvome planu uopće nije silogistički oblik zaključka ili logički oblik suda, nego provjera »istine i određenosti« samih sudova, kao i provjera definicija u zaključku upotrijebljenih pojmova (»Termini«). U tu svrhu potrebno je upotrijebiti matematička sredstva (»egzaktna analiza i sinteza pojmova«, str. 51). Prije nego se prijeđe na logiku, »metalogiku i metafiziku« beskonačnosti, potrebno je raščistiti matematiku pojma beskonačnosti. Meršić zamjera novoskolasticima (osobito se, uz ostale, osvrće na Constantina Gutberleta) da čine upravo suprotno. Oni polaze od »konfuzne logike i fiktivne metafizike« beskonačnoga, kojemu zatim, neuspješno, žele dati pečat matematičke egzaktnosti.

Prema obziru na matematiku beskonačnosti Meršić se kritički osvrće na neka starija i novija shvaćanja diferencijalnoga računa, te želi u »virtualnom«, »modalnom« smislu oživjeti Newtonove pojmove »fluente« i »fluksije« (na tu ćemo se problematiku još vratiti), nasuprot Leibnizovu infinitezimalizmu. Kritizira sebi suvremeno »asimptotističko« shvaćanje diferencijala (primjerice u Eugena i Ulricha Dühringa, s kojima se inače po mnogočem slaže u kritici krivih shvaćanja beskonačnosti). Zanimljivo je da se Meršić nigdje u poglavlju o paradoksu ‘Ahilej’ i pojmu beskonačnosti ne osvrće na novoutemeljenu teoriju skupova, s novim pojmom »realnoga kontinuuma« (Cantor, Dedekind, Weierstraß), iako je upravo ta teorija otvorila nove mogućnosti za pristup, uz ostalo, i Zenonovim paradoksima

[4] Mill, J. S.: *System of Logic: Ratiocinative and Inductive*, London: Longmanns, 1959, V, VII-1, str. 535.

[5] Usp. Whately, R.: *Elements of Logic*, New York: Jackson, 1834. (prema londonskome izd. 1926), str. 337.

[6] Pritom upućuje na svoj rad ‘Utrum in dialectica Aristotelea recte distinguantur figurae modique syllogismi’, u *Compte rendu du quatrième Congrès Scientifique International des Catholiques, Troisième section: sciences philosophiques*, Fribourg, 1898, str. 380–407. Usp. naš prikaz i komentar u knjizi *Logičko-filozofijski ogledi* (cit. u bilj. 1).

gibanja (kao što pokazuju istraživanja Zenonovih paradoksa koja su uslijedila). No činjenica je da ni ta teorija, pod uvjetima Meršićeva odbacivanja aktualne beskonačnosti (o čem će još biti riječi), ne može ponuditi neko za Meršića zadovoljavajuće rješenje. U *Organistik der Geometrie*[7] Meršić odbacuje Dedekindov pojam beskonačnosti u kojoj njezin pravi dio može biti, kako parafrazira Meršić, »jednako velik« kao i cjelina (*Organistik*, str. 18).[8] Nadalje, Meršića je od Cantora mogla dodatno odvratiti i činjenica da se upravo novoskolastik Gutberlet u svojoj, kako ju Meršić zove, »teologijskoj matematici« (str. 80) oslanjao na Cantorovu teoriju transfinitnih brojeva, premda ne uvijek uz Cantorovo slaganje.[9]

Kako Meršić ulazi i u jezikoslovnu stranu problema (pojam »beskonačnoga«), vjerojatno motiviran i Millovom napomenom o dvosmislenosti riječi »beskonačno«, spomenimo da se referira na čuvenoga indologa i poredbenoga jezikoslovca Friedricha Maxa Müllera (str. 53) u njemačkome prijevodu (*Das Denken im Lichte der Sprache*, 1888). Müllerova postavka o »nedjeljivu jedinstvu« jezika i mišljenja, nasuprot razdvajanju logike i gramatike, svakako je u Meršića naišla na pozitivan odjek.

Napokon, Meršić na više mjesta upućuje na »umsku algoritmiku«, koja čini krajnji teorijski okvir na pretpostavkama kojega on i razvija svoju teoriju beskonačnosti i svoje rješenje Zenonova paradoksa. Stoga kao važno Meršićevo ishodište u onodobnome stanju istraživanja treba spomenuti

[7] Meršić, M.: *Organistik der Geometrie*, Horvátkimle bei Moson, Ungarn: vlast. naklada, 1914. V. i *Modernes und Modriges*, poglavlje VII (‘Die prinzipiellen Irrtümer der nichteuklidischen Geometrie: zur Begründung der wissenschaftlichen Form’).

[8] Meršić tu upućuje na Dedekindov spis ‘Was sind und was sollen die Zahlen’, 2. (nepromijenjeno) izdanje iz 1893. (Braunschweig: Vieweg und Sohn), str. XVII (»Ein System *S* heißt endlich, wenn es sich so in sich selbst abbilden läßt…, daß kein echter Theil… von *S* in sich selbst abgebildet wird; im entgegengesetzten Falle heißt *S* ein unendliches System«).

Spomenimo da, neposredno prije toga, Meršić kritizira Boškovićev dokaz da prostor ne može biti beskonačno velik (17). Taj se Boškovićev dokaz nalazi u njegovu spisu *De natura et usu infinitorum et infinite parvorum,* Romae, 1741, str. 7, kao i u *Theoria philosophiae naturalis*, Zagreb: SN Liber, 1974, str. 257 (zahvaljujem Ivici Martinoviću na referencijama).

[9] Cantor je prigovorio Gutberletovu izvođenju aktualne beskonačnosti iz diferencijalâ, jer oni mogu biti samo potencijalno beskonačni. Za Cantora su »aktualno beskonačno male veličine« samo »papirnate veličine«. Prema Thiele, R.: *Georg Cantor (1845–1918)*, u Koetsier, T., Bergmans, L. (ur.), *Mathematics and the Divine: a Historical Study*, Elsevier, 2005, str. 523–547, v. str. 537–538. Usp. i Newstead, Anne: ‘Intertwining metaphysics and mathematics: the development of Georg Cantor’s set theory 1871–1887’, *Review of Contemporary Philosophy*, 7 (2008), str. 33–55.

matematičara i filozofa Hermanna Schefflera (1820–1903),[10] koji je, iako u ovome poglavlju nije izričito spomenut, glavni oslonac, izvor i inspirator Meršićeve algoritmike.[11]

2. Pojmovno-jezična analiza beskonačnosti i konačnosti

Već je iz Meršićeve specifične koncepcije algebarske logike s odgovarajućom »savršenom« semiotikom jasno da jezik, prema Meršiću, može i treba savršeno odgovarati logici i umskoj algoritmici.[12] Ovdje pak vidimo kako je za Meršića općenito svaki jezik »osobita, bolja ili lošija misaona algoritmika«. Meršić razlikuje više jezike (indogermanske) i niže, »barbarske« idiome, svaki kao određenomu stupnju napretka u izgrađenosti jezika najprikladniju »simboliku« i »sredstvo mišljenja«. No s druge strane, u izvornome jeziku, prije nego je iskvaren praznom, neuspjelom, krivo naučenom frazeologijom, otkriva i naravnu misaonu djelatnost duha, koja se zbiva »sa sigurnošću pravoga prirodnoga instinkta«, tako da nije neobično što se u etimologiji mogu pronaći »iznenađujući točne« temeljne misli (str. 52, 53). Stoga Meršić analizira etimologiju njemačke riječi ‘Ende’ od indoeuropskih korijena ‘anta’ i ‘dâ’, koji upućuju na prijekid (rez, prijelom) neke djelatnosti, i zatim etimologiju predmetka i dometka ‘un-’ i ‘ -lich’ (u ‘unendlich’) (str. 53–54), te u tim analizama pronalazi pravi smjer razumijevanja beskonačnosti, kako se to zatim potvrđuje i pojmovnom analizom.

U samoj pojmovnoj analizi Meršić pokazuje da je ono konačno ono drugo (a to može biti bilo koja stvar, *Ding*), što je u svom bivanju, tijeku, prekinuto, okončano. Konačnost je prekinutost bivanja. Tu Meršić najprije upozorava na dva načina kako se stvar može misliti i izreći. (1) Mišljiva se stvar može misliti kao *jesuća*. Tada je ona upravo ono što jest, ni manje ni više od toga. To gramatički odgovara *imenici*, koja nema stupnjevanja (komparacije). (2) Mišljiva se stvar može misliti kao *bivajuća*, kao »amplituda za različite stupnjeve«. To pak gramatički odgovara *pridjevu*, koji se, kako upozorava Meršić, može načiniti od svake imenice, te koji uvijek ima stupnjevanje. Sada Meršić pokazuje kako *prirok* (predikat) o stvari kao *po-*

[10] Scheffler, H.: *Naturgesetze und ihr Zusammenhang mit den abstrakten Wissenschaften*, 4+3 sv., Leipzig: Foerster, 1876–1881.

[11] Usp. u Meršić, M.: *Organistik der Geometrie*.

[12] V. *Utrum in dialectica Aristotelea*…, str. 381 i Kovač, S.: *Logičko-filozofijski ogledi*, str. 162–163.

staloj (Gewordenes) kazuje da je ona *jesuće* prekinuto na nekom, višem ili nižem, stupnju bivanja. Na najvišem je stupnju (čemu gramatički odgovara superlativ) stvar dovršena, okončana, i tada je ne samo relativno konačna nego upravo apsolutno konačna (voll-endlich, voll-endet) (str. 55).

Rezultati koje Meršić izvodi već iz te svoje uvodne, pojmovno-jezične analize, dalekosežni su. Sve što uopće jest, jest konačno, i to bilo relativno konačno, bilo apsolutno konačno. Beskonačno je samo ono što biva (što je neokončano, nedovršeno, potencijalno). »Aktualna beskonačnost« je stoga za Meršića »najočitija contradictio in adjecto« (str. 56), jer je aktualno upravo ono što je gotovo, učinjeno. Vremenski određeno, ono aktualno je dovršena prošlost, a ono beskonačno vječna budućnost (str. 57). Stoga se Meršić okomljuje na skolastike (izričito na Otta Zimmermanna), koji misle da je beskonačnost Božji atribut, dok je, prema Meršiću, Bog upravo apsolutno konačan (»najviši stupanj«, »superlativ«, apsolutan kraj i dovršetak, ne može postati većim) (str. 56, 58).

3. »Formacijski moment« umjesto diferencijala

Meršić prelazi na daljnje, matematičko raščišćavanje dvosmislenosti pojma beskonačnosti. U stvari, matematički konkretizira svoje shvaćanje konačnosti (kraja) kao prijeloma bivanja na primjeru problematike diferencijalnoga računa. I tu će konačnost, sada matematički određena, dobiti prednost pred beskonačnošću.

Meršić razlikuje vrijednost »sve« (All, Allwert), kao određenu, čvrstu vrijednost, od ∞, »neograničeno većega« kao beskonačnoga primicanja prema vrijednosti »sve«. Također razlikuje vrijednost »ništa«, 0, kao određenu, čvrstu vrijednost, od $\frac{1}{\infty}$ kao »neograničeno manjega«, kao beskonačnoga primicanja prema vrijednosti 0 (str. 59–61).

U okvirima tih razlikovanja Meršić čak veći dio svoga teksta posvećuje tomu kako bi, nasuprot prevladavajućemu stavu, pokazao da diferencijalni račun nije tek infinitezimalni, beskonačno aproksimativni račun, nego račun s konačnim, određenim, »apsolutno egzaktnim rezultatima« (str. 78, 69). To je i u skladu s Meršićevim općim shvaćanjem istine ne tek kao približne jednakosti nego kao »zbiljske egzaktne jednakosti« (str. 69).[13]

[13] I u logici je bit stavka (propositio) u kolikotnoj jednakosti pojmova (*Utrum dialectica...*, str. 386).

Sažmimo u najkraćim crtama Meršićevu argumentaciju. Napomenimo najprije da Meršić, umjesto o »diferencijalu«, u pravilu govori o »formacijskome« (»varijacijskome«) »momentu«, zadržavajući oznaku *dx*. Radi se o pojmovnome pomaku koji Meršić objašnjava na sljedeći način. Ponajprije, vrijednost »formacijskoga momenta« nije, prema Meršiću, »nedjeljivo« (indivizibilno) kao aktualno beskonačno malo, i to iz istoga razloga zbog kojega ne opstoji ni aktualno beskonačno veliko. Nadalje, vrijednost formacijskoga momenta nije ni infinitezimal, $\frac{1}{\infty}$,[14] nego upravo 0. Zašto?

Razlog je tomu što Meršić formacijski moment (*dx*) ne shvaća kao neku diferenciju (»diferencijal«, prema Leibnizu), nego, pozivljući se na Newtona, kao »fluksiju«. »Fluksija« je pritom samo jedan »prijelom« (Absatz) tijeka (»struje«, »fluente«, varijable), koji je, s jedne strane, kraj prethodnoga tijeka, a s druge strane, u isti mah i »virtualni« početak daljnjega tijeka varijable (str. 64–65), kako objašnjava Meršić očito u oslonu na Newtona.[15] Kako »formacijski moment« za Meršića nije nikakva diferencija, ne vrijedi ni $dx = x_2 - x_1 = \frac{1}{\infty}$. A kako »formacijski moment« nije drugo nego »prijelom« (»mjesto prijekida«), te uopće nije dio fluente, nego upravo samo »moment«, »modalnost« u njoj (str. 92), Meršić uzimlje da vrijedi jedino $dx = 0$.

Dosljedno tomu Meršić »diferencijalni kvocijent«, $\frac{dy}{dx}$, ne tumači kao limes, $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, nego kao $\frac{0}{0}$. Kvocijent $\frac{0}{0}$ po sebi je doduše potpuno neodređen, sam »ništa ne kazuje«, ali mu se za danu, definiranu funkciju *f*, s *y*

---

[14] Kao što je i u Meršićeva uzora H. Schefflera, *Die Naturgesetze*, Erster Theil. *Die Theorie der Anschauung*, Erste Abtheil., Leipzig: Foerster, 1876, str. 221, 23.

[15] Newton kaže: »Quantitates mathematicas non ut ex partibus quam minimis constantes, sed ut motu continuo descriptas hic considero«. Fluksiju Newton ipak *najpribližnije* (quam proxime) određuje pomoću prirasta u što manjim odsječcima vremena (Fluentium augmenta aequalibus temporis particularis quam minimis genita), no u njegovoj metodi fluksija ti beskonačno mali prirasti nisu potrebni jer ih iskazuje pomoću crta njima proporcionalnih duljina (in methodo fluxionum non opus sit figuras infinite parvas in geometriam introducere). *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, VIII 1697–1722, D. T. Whiteside (prir.), Cambridge UP, 2008, str. 122–124, 128. – O Newtonovoj i Leibnizovoj teoriji diferencijalnoga računa te općenito o povijesti diferencijalnoga računa v. Šikić, Z.: *Kako je stvarana novovjekovna matematika*, Zagreb: Školska knjiga, 1989, I. dio.

$= f(x)$ vrijednost može točno odrediti na uobičajen način.[16] Jednako vrijedi i za neodređeni beskonačnosni kvocijent $\frac{\infty}{\infty}$.

Meršić se takvim pristupom suprotstavio prevladavajućemu shvaćanju diferencijalnoga računa kao infinitezimalnoga i aproksimacijskoga. Diferencijalni je račun podveo pod svoj opći pojmovni okvir primata konačnosti (nad beskonačnošću) i razumijevanja konačnosti kao prekinutosti bivanja. Fluksija je u Meršića upravo matematička konkretizacija bivanja, a formacijski moment (s nultom vrijednošću) matematička konkretizacija prekinutosti bivanja. Primat konačnosti očituje se u teorijsko-matematičkome pomaku kojim umjesto neodređenih, samo beskonačno »bivajućih« (werdende) rezultata (limes), diferencijalni račun za Meršića daje upravo konačne, potpuno određene rezultate.[17]

4. *Ahilej i beskonačnost geometrijskoga reda*

Ahilejev se paradoks prema Meršiću može riješiti samo matematičkim raščišćavanjem dvosmislenosti u pojmu beskonačnosti, a ne, primjerice, kao u skolastika, razlikovanjem potencijalnoga i aktualnoga, pri čem bi beskonačno mnogo beskonačno malih dijelova (infinitezimala), koji čine neku konačnu veličinu, opstojali samo potencijalno, a zbiljski bi opstojale samo

---

[16] Izračunavanjem, kako je poznato, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$, te naposljetku, uvrštavanjem $\Delta x = 0$ (u Meršića stoji 'D' umjesto 'Δ'). Primjerice, lako je provjeriti da za funkciju $y = ax^2 + c$ s Meršićem dobivamo, za $\Delta x = 0$, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{0} = 2ax$. To je ujedno i način kako Meršić odbacuje argumentaciju E. i U. Dühringa da neodređeni kvocijent $\frac{0}{0}$ ništa ne kazuje. S druge se strane Meršić slaže s njima u kritici indivizibila (str. 68). Usp. E. i U. Dühring, *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Functionsrechnung und zugehörigen Geometrie*, Leipzig: Fues, 1884, str. 68–74, 71.

[17] Meršić skicira i primjenu svojega shvaćanja diferencijalnoga računa u geometriji i mehanici. Tako mu je zakrivljenost krivulje u svakoj točki (koja ima veličinu 0) samo »virtualna«, »modalna«. To je povezano s odvajanjem paralelizma i asimptotizma, miješanje kojih vodi neeuklidskoj geometriji (str. 71–73). U mehanici Meršić veličinu rada centripetalne sile pri jednolikome kružnome gibanju može također shvatiti kao »modalnu, virtualnu« veličinu (str. 73–74), a tako i mirovanje kao ravnotežu, kao dinamično izjednačenje ($mc = m'c'$), gdje je brzina samo »virtualna« (76–77).

konačno male veličine (str. 91–92). Naime, kako je Meršić »diferencijal« izjednačio s 0, dosljedno je držao da mjesto prijeloma (»granica«) pri (beskonačnome) dijeljenju fluente uopće nije (ni aktualan, ni potencijalan) dio fluente, nego samo »moment«, »modalnost« u fluenti (str. 92). Prema tome, kako je zaključio, infinitezimalni dijelovi ne opstoje ni aktualno (kako je već gore spomenuto), ali ni potencijalno.[18]

Pravi temelj pogrješke u ‘Ahileju’ Meršić vidi u pojmu beskonačnosti geometrijskoga reda, i to u nerazlikovanju (ili skrivanju razlike) konvergentnoga geometrijskoga reda (u kojem se svaki idući pribrojeni član množi »eficijentom« q kojega je vrijednost manja od 1) od divergentnoga geometrijskoga reda (u kojem q ima vrijednost, prema Meršiću, veću od 1, dakle ne jednaku 1) (str. 83–84), i čak u nerazlikovanju aritmetičkoga od geometrijskoga reda, jer u zagonetci beskonačna raščlamba konačnoga vremenskoga razmaka (potrebnoga da Ahilej dostigne kornjaču) na sve manje i manje vremenske dijelove, lako stvara privid kao da je riječ o »vječnome, jednolikome« vremenskome protijeku u jednakim vremenskom momentima (str. 96–97). Spomenimo da je pojam beskonačnoga geometrijskoga reda u razjašnjenju paradoksa ‘Ahilej’ primijenio već Gregorius od St. Vincenta (god. 1647), i da takav pristup nikako nije u kasnijim vremenima bio nepoznat, iako Meršić u tom smislu ne spominje nijednoga autora.[19]

---

[18] » … aber die Unterbrechungsstelle, der Abschnitt, die Grenze, ist nicht selbst Teil der Fluente, sondern bloß ein Moment, eine Modalität in der Fluente. Diese selbst hat weder in potentia, noch viel weniger in actu ‘unendlich kleine’, infinitesimale Teile, d. h. sie besteht mit nichten aus Indivisibilien oder Atomen, will sagen aus absurden Phantasiegebilden« (str. 92).

[19] Gregory St. Vincent, *Opus geometricum quadraturae circuli*, knj. I–II (lat. i engl.), prev. I. Bruce, zadnja promjena listopad 2007, http://www.17centurymaths.com/contents/gregoriuscontents.html. Usp. II, str. 97–98/99. Grgurovo rješenje spominje Leibniz u pismu Foucheru (*Die philosophischen Schriften*, C. I. Gerhardt (prir.), I, str. 415–416, a navodi ga i Jean-Henri-Samuel Formey u *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, ur. Denis Diderot i Jean le Rond D’Alembert, University of Chicago : ARTFL Encyclopédie Projet (Winter 2008 Edition), Robert Morrissey (ur.), http://encyclopedie.uchicago.edu, ‘Mouvement’, sv. X, str. 831 (deseti je svezak inače izvorno objavljen 1765). Usp. Cajori, Florian, ‘History of Zeno’s arguments on motion’, *The American Mathematical Monthly* 22 (1915), str. 1–6, 39–42, 43–47, 77–82, 109–115, 143–149, 179–186, 215–220, 253–258, 292–297 (deset nastavaka), usp. str. 79–80 i 112–113. Spominjemo da se i R. J. Bošković bavio paradoksom Ahileja i kornjače, oslanjajući se na Grgurovo rješenje, gdje je vidio potvrdu svojega zakona neprekinutosti (R. I. Boscovich, *De continuitatis lege*, prir. J. Talanga, Zagreb: Školska knjiga, 1996, §§ 41–52, str. 47–57). Danas često nailazimo na objašnjenje paradoksa o Ahileju pomoću geometrijskoga reda, npr. Slapničar, I.: *Matematika 1*, Split: Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, 2002, http://www.fesb.hr/mat, str. 243.

Premda je razjašnjenje paradoksa 'Ahilej' pomoću pojma geometrijskoga reda danas uobičajeno, zadržimo se nakratko na načinu kako Meršić prikazuje to rješenje. On izlučuje dvije glavne točke u kojima u 'Ahileju' dolazi do varke (privida) u zaključivanju.

1) Kako kornjača kreće prva, jasno je da Ahilej prelazi svoj prvi dio puta kad je kornjača već na drugome dijelu svoga puta. Nadalje, kad je kornjača na k-tome dijelu svojega puta (za $k > 1$), Ahilej je na k–1. dijelu svojega puta. Dakle, kornjača je prema poretku dijelova svojega puta uvijek za jedan član poretka dalje od Ahileja prema poretku dijelova njegova puta. To je općenito točno ako se samo apstraktno promatra agregacija dijelova Ahilejeva i kornjačina puta. Jasno je da svakomu dijelu puta pripada i odgovaraći dio vremena u kojem Ahilej, odnosno kornjača, prelaze taj dio puta. No time još nije rečeno da je ukupna duljina puta koju je kornjača prešla kad je na k-tome dijelu svoga puta veća od ukupne duljine puta koju je Ahilej prešao kad je na k–1. dijelu svojega puta, iako se lako stječe privid kao da je i to rečeno.

2) Nadalje, umjesto da se dijelovi puta i vremena koje prolaze Ahilej i kornjača, uzimlju kao dijelovi aritmetičkoga reda, oni se uzimlju kao dijelovi geometrijskoga, i to konvergentnoga reda, čime se skraćuje promatrano vrijeme utrke. To se događa tako što se drugi dio Ahilejeva puta izjednačuje s kornjačinim prvim dijelom puta, ali samo prema duljini puta, ne i prema vremenu. Prema obziru na vrijeme, ako je Ahilej, primjerice, 100 puta brži od kornjače, onda je prvi dio njegova puta, a ujedno i kornjačin drugi dio puta, 100 puta vremenski kraći nego prvi dio kornjačina puta. Svaki je idući dio Ahilejeva i kornjačina puta 100 puta kraći od prethodnoga, odnosno općenito, kraći je $\frac{c_2}{c_1}$ puta, gdje je c_2 Ahilejeva, a c_1 kornjačina brzina. Meršić govori o beskonačnome aritmetičkome vremenskome redu $t = dt_1 + dt_2 + \ldots$, gdje $dt_1 = dt_2 = \ldots$, koji je zamijenjen beskonačnim konvergentnim geometrijskim redom, a to je u Ahilejevu slučaju sljedeći red (v je put koji je kornjača prešla prije nego je Ahilej krenuo):

$$t = \frac{v}{c_1} + \frac{v}{c_1} \cdot \frac{c_2}{c_1} + \frac{v}{c_1} \cdot \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 + \ldots$$

Taj se red samo beskonačno, asimptotski približava vrijednosti $\frac{v}{c_2 - c_1}$ (može se lako izračunati da je upravo to ono vrijeme koje je potrebno Ahileju da dostigne kornjaču). Dodajmo da je kornjačin geometrijski red

$$t_k = \frac{v}{c_2} + \frac{v}{c_2} \cdot \frac{c_2}{c_1} + \frac{v}{c_2} \cdot \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 + \ldots$$

kao i Ahilejev, ali proširen prvim vremenskim članom $\frac{v}{c_2}$ (uočavamo da $\frac{v}{c_1} = \frac{v}{c_2} \cdot \frac{c_2}{c_1}$). Ako se zaboravi na razliku između beskonačne konvergencije geometrijskoga reda i moguće beskonačne divergencije, kao i između beskonačnosti geometrijskoga i aritmetičkoga reda, nastaje privid kao da Ahilej doista ne može prestići kornjaču.

5. Komentar: intenzija i ekstenzija

Spomenuli smo da se Meršić ne osvrće na pojam beskonačnosti kako se javlja u okviru transfinitne teorije skupova. Prema obziru na tu teoriju, opravdano se postavlja pitanje kako se konačna crta može sastojati od neprotežnih točaka (duljine 0) (ili konačan vremenski razmak od neprotežnih trenutaka)? Skicirajmo ukratko Grünbaumovo rješenje.[20] Jedinica protežnosti nije sama neprotežna točka, nego »jedinični točka-skup« (unit point-set, *Zeno's Paradoxes*, str. 181) koji kao svoj jedini član ima samo jednu točku, koja je neprotežna. Definira se da jedinični točka-skup ima duljinu 0. Crtovni je razmak (line interval) unija točka-skupova. U danome razmaku ima neprebrojivo mnogo jediničnih razmaka. Stoga se duljina ne određuje u ovisnosti o kardinalnosti, nego o sadržavanju članova: dulji razmak sadrži članove koje ne sadrži kraći razmak koji je pravi dio prvoga razmaka (veću prostornu/vremensku protežnost čini veća sadržajnost) (nav. mj., str. 183–184). – Bitna je ovdje razlika između teorijskoskupovnoga dodavanja

[20] Grünbaum, A., 'Zeno's metrical paradox of extension', u Salmon, W. C. (ur.), *Zeno's Paradoxes*, Indianapolis, Cambridge: Hackett, 2001., str. 176–199. Usp. i Grünbaum, A., 'Modern science and refutation of the paradoxes of Zeno', na nav. mjestu, str. 164–175.

(tvorenjem unije jediničnih skupova) i aritmetičkoga dodavanja jediničnih duljina. – Podjela razmaka definira se kao tvorba pravih nepraznih podskupova toga razmaka. Stoga je podjela razmaka beskonačna, a ipak su jedinični razmaci (točka-skupovi) nedjeljivi, jer nemaju svojih pravih nepraznih podskupova. Čini se da takav pristup dobro logički funkcionira, no, kako upozorava sam Grünbaum, on ne opisuje naš zor crte (ili vremena) (nav. mj., str. 197). Moglo bi se čak reći da uopće ne opisuje vrijeme, ako vrijeme shvatimo isključivo onako kako ga doživljavamo u unutrašnjoj svijesti, kao protijek vremena.

Nasuprot takvu pojmu crte i vremena, kao ekstenzionalnih struktura koje se sastoje u sadržajnosnim odnosima među skupovima, Meršić u nekoliko koraka sve dublje intenzionalizira[21] crtu i vrijeme kao aritmetičke veličine. Crtovni razmak (»put«) i vrijeme, kao aritmetičke veličine, u Meršića su shvaćeni ne samo (1) ekstenzionalno kao neke određene (»razgraničene«), veće ili manje *vrijednosti* nego i (2) dinamično, kao *stanje* nastalo prijekidom u »bivajućem redu veličina« (Werdereihe der Größen) (*Organistik*, str. 166). Također, (3) veličina je i rezultat jačanja ili slabljenja danih veličina prema nekom odnosu višestrukosti. Nadalje, Meršić ističe kako veličina nije samo određena brojčana veličina nego je kao brojčana (4) ujedno »konkrecija« algebarske veličine (slovne veličine, »Spezies«) kao »mogućnosnoga područja« (potencijalnosti) svih mogućih brojevnih vrijednosti određene kategorije, vrste. Očito su prema Meršiću i put i vrijeme takve potencijalno shvaćene kategorije, tj. mogućnosna, a ne samo već zbiljski (aktualno) zadana područja (str. 62, 63), te je veličina puta i vremena uvijek i određen stupanj mogućnosti (*Organistik*, str. 167). Naposljetku, i najvažnije, dana aritmetička veličina nije samo neka potencija, konkretizirani stupanj mogućnosti, nego je kao takva (5) i jedna formacija, cjelina (integral), modulirana kroz razvoj, tijek »najprimitivnijih formacijskih momenata« (str. 63, *Organistik*, str. 167). Tih se pet stupnjeva intenzionaliziranja početne čisto ekstenzionalne veličine temelji naposljetku u najopćenitijim »praidejama« Meršićeve »algoritmike« preuzete uz neke modifikacije od H. Schefflera, a to su bitak (Sein), bivanje (Werden), djelovanje (Wirken), vrstanje (Ar-

---

[21] »Intenziju« ovdje uzimljemo u smislu u kojem se danas, primjerice, razlikuju »intenzionalna« i »ekstenzionalna« logika (što, jasno, potječe od razlikovanja »intenzije« i »ekstenzije«, tj. »sadržaja« i »opsega« pojma), a ne u Meršićevu aritmetičkome smislu kao uvišestručivanje (množenje) (*Organistik*, str. 166–167).

ten), oblikovanje (Gestalten), koje se u aritmetici konkretiziraju na veličini (Größe) kao vrijednost, mjesto, odnos, vrsta i forma. [22]

Na taj način, umjesto aktualne beskonačnosti kao transfinitnoga skupa Meršić dobiva beskonačnost kao neokončanu, nedovršenu dinamiku, neokončan intenzitet, neokončanu potencijalnost i, napokon, neokončanu modalnost aritmetičke veličine, dok mu je ono aktualno jedino na ovom ili onom stupnju okončana veličina.

Može se čak reći da je intenzionalnost prostornih i vremenskih veličina u Meršića radikalizirana, jer Meršić u svome tumačenju diferencijalnoga računa, kako smo spomenuli, insistira na mogućnosti modalnoga razlikovanja čak u nultoj vrijednosnoj točki.[23] U točki koja ima vrijednost 0 (prijelom tijeka), tijek može imati različite momente, svaki izraziv svojim algebarskim izrazom. Tijek ima svoj moment (modalnost) na svakome mjestu (nulte vrijednosti) gdje ga prekinemo. Isto tako, kako smo pokazali, i omjer nultih vrijednosti koji je sam po sebi potpuno neodređen, ima svoju intenziju, dobivajući u različitim slučajima različitu egzaktnu algebarsku odredbu.

---

[22] Peterim umskim praidejama odgovara pet uzroka: 1. opstojnosni (causa materialis, Bestandursache), 2. uzorni (causa exemplaris), 3. djelatni (causa efficiens), 4. svršni (causa finalis), 5. oblikovni (causa formalis). U skladu se s time uzrokovanje zbiva na pet načina, svaki put u »amplitudi« između dviju krajnosti, apsolutnoga ništa i apsolutnoga sve. Te su krajnosti 1. ništa opstojnosti i svevrijednost, sve, 2. početak, nulto stanje i punoća, okončano, egzemplar, 3. podrijetlo i konačan cilj, 4. elementarno i konačna svrha, 5. amorfno i cjelokupno, kozmos. Tim peteročlanim (»pentarhijskim«) razdiobama odgovara i po pet analitičkih i pet sintetičkih radnja duha, od kojih je peta analitička radnja integracija (svođenje posebnosti kao uzrokovane na »svesustav« kao uzrok), a peta sintetička radnja diferencijacija (specifikacija) kao obrat integracije (str. 58–59, *Organistik*, str. 137–141).

Evo još jedne formulacije za konkretizaciju peterih »praideja« u aritmetici na veličini: 1. »terminat« »svevrijednosti«, 2. stanje (stadij) »dovršenoga stanja«, 3. »redukt« ili alikvot »svestrukoga«, 4. korijen (konkrement) »svepotencije« i 5. specimen (posebno uobličenje) »sveoblikovanoga«, otkuda aritmetičke operacije: 1. zbrajanja i umanjivanja, 2. dodavanja i oduzimanja (potonje se dvije odnose na napredovanje ili vraćanje u bivajućem nizu), 3. množenja i dijeljenja, 4. potenciranja i korjenovanja, 5. integracije i diferencijacije (*Organistik*..., str. 165–170).

U gramatici se pet praideja pojavljuje u razlikovanju: 1. imenice (‘Heil’), 2. pridjeva (‘heilig’), 3. glagola (‘heiligen’), 4. apstraktuma (‘Heiligkeit’) i 5. modulara (‘Heiligtum’) (*Organistik*, str. 171–172).

Pritom je, općenito, svako od pet načela uključeno u idućem načelu, ali iduće ujedno i dodaje nešto sasvim *novo*, jednu »potpuno novu pra-ideju« (*Organistik,* str. 172). Tako, primjerice, za Meršića ni množenje (multiplikacija) nije svedljivo na dodavanje (adiciju).

[23] »Vrjednotnost [Wertigkeit] diferencijala« treba predočiti kao »čisto modalnu« (str. 69).

Spomenimo da je upravo to svojstvo kvocijenta $\frac{0}{0}$ upotrijebljeno i u novije vrijeme kako bi se razriješio Ahilejev paradoks 'Strijela', prema kojem bi se paradoksu strijela trebala gibati, iako u svakome trenutku svoga puta (vrijednosti 0) prevaljuje put vrijednosti 0, pa joj je brzina v = $\frac{0}{0}$.[24]

Katkad se iznosi prigovor da matematička rješenja Zenonovih paradoksa promašuju glavni cilj te iako su matematički točna, ne daju metafizičko rješenje problema kako od Jednoga dolazimo do Mnogoga.[25] U svezi s tim prigovorom napomenimo da rješenje paradoksa 'Ahilej' pomoću razlikovanja beskonačnosti aritmetičkoga reda od beskonačnosti geometrijskoga reda stoji u Meršića u kontekstu filozofijsko-metafizičke teorije, gdje se matematički red, kao dodavanje, pokazuje u krajnjoj crti kao matematička konkrecija druge »umskoalgoritmičke« praideje, ideje bivanja, koja doduše pretpostavlja bitak, ali nije na njega svedljiva. Tražitelj metafizičkoga objašnjenja može ovdje ostati razočaran, no čini se da je tu negdje ipak kraj mogućih daljnjih objašnjenja. Meršić metafizički zainteresirana pitatelja, osim na studij H. Schefflera, može izravno uputiti na refleksiju i samoosvještavanje, promatranje događanja u vlastitu duhu, i dati mu osnovne smjernice o tome što bi u takvu samopromatranju trebao primijetiti – primjerice, da je svaki akt duha samo jedna »faza bivanja«, kao i da je svaki takav akt samo jedna posebnost (specimen) u sveuobličenosti (*Organistik*, 138–139). Svaka od pet praideja, dakle i bivanje, i fluksija, prema Meršiću su prvobitni, dalje neobjašnjivi fenomeni koje nalazimo u duhu i njegovu spoznavanju. Meršić u osnovnim naznakama upućuje na nešto što bismo mogli nazvati fenomenologijom intencionalnih akata duha, a što treba stajati na početku izgradnje njegove »umske algoritmike«. Implicitno, Meršić upućuje na to da bi

---

[24] Usp. Zangari, Mark: 'Zeno, Zero and indeterminate forms: instants in the logic of motion', *Australasian Journal of Philosophy* 72 (1994), str. 187–204. Prema Zangariju, Zenon u 'Strijeli' tvrdi da svakomu trenutku, koji je veličine 0, odgovora i put veličine 0, te da je prema tome i brzina u tome trenutku 0. No, pokazuje Zangari, kako je $\frac{0}{0}$ ustvari neodređeno, brzina u trenutku može biti bilo koji realan broj. Za razliku od Meršića, Zangari razlikuje brzinu u trenutku (speed at an instant), od kvocijenta $\frac{ds}{dt}$ shvaćenoga uobičajeno pomoću limesa.

[25] Usp. Papa-Grimaldi, Alba: 'Why mathematical solutions of Zeno's paradoxes miss the point: Zeno's One and Many relation and Parmenides prohibition', *The Review of Metaphysics* 50 (1996), str. 299–314.

intenzionalnost gibanja, mnoštva, beskonačnosti i konačnosti, naposljetku trebalo izvesti iz intencionalnosti duha.

ACHILLES AND THE AMBIGUITIES IN THE CONCEPT OF THE INFINITE – MERŠIĆ'S APPROACH

Summary

Meršić sees the origin of Zeno's paradox 'Achilles' in the ambiguities of the concept of the infinity. According to him (and to the tradition started by Gregory St. Vincent), those ambiguities are resolved by the concept of convergent geometric series. In this connection, Meršić proposes a general ontological theory with the priority of the finite over the infinite, and, proceeding from Newton's concept of fluxion, he develops a modal interpretation of differential calculus.

Key Words: infinite, differential, fluxion, formation moment, geometrical series, intensionality, finite, Mate Meršić, Zeno of Elea